数学与应用数学专业学科必修课程教学大纲

数学分析 I

一、说明

课程性质

本课程是专业核心课程，是学生学习分析学系列课程及数学专业其它后继课程的重要基础，也为高观点下深入理解中学教学内容所必需。

教学目的

通过本课程的学习，使学生掌握一元函数极限、连续以及微分学的内容，为学习数学分析Ⅱ、数学分析Ⅲ、及分析学系列课程（复变函数、实变函数、微分方程、泛函分析等）及数学专业其它后继课程打好基础，并自然地渗透了对学生进行逻辑和数学抽象思维的特殊训练。

教学内容

实数集与函数、数列极限、函数极限与连续函数，微分、微分中值定理及其应用、实数完备性、不定积分。

教学时数

108 学时

教学方式

讲授与课堂讨论法相结合

二、本文

第一章　实数集与函数

教学要点：

实数集的性质；有界集、上、下确界的定义与性质；确界原理；有界、无界函数的定义；单调函数的定义与性质。

教学时数：

10 学时

教学内容：

§1 实数（2 学时）

实数及其性质；绝对值与不等式

§2 数集・确界原理（4 学时）

区间与邻域；有界集的定义；上确界、下确界的定义与性质；确界原理；求解集合的上、

下确界

§3 函数概念（2 学时）

函数定义的进一步讨论；函数的表示方法；Dirichlet 函数、Riemann 函数的定义；复合函数的定义与性质；反函数、初等函数的定义。

§4 具有某些特性的函数（2 学时）

有界函数的定义；无界函数的定义；单调函数的定义与性质；奇函数、偶函数的定义与性质；周期函数的定义。

考核要求：

熟练掌握上确界、下确界的定义，会运用上、下确界的定义证明或求解集合的上、下确界；掌握确界原理的定义；能运用有界函数、无界函数的定义证明函数的有界性与无界性。

第二章　数列极限

教学要点：

数列极限的定义；收敛数列的性质；单调有界原理；Cauchy 收敛准则。

教学时数：

15 学时

教学内容：

§1 数列极限的概念（6 学时）

收敛数列的$\varepsilon-N$定义，邻域型定义；发散数列的定义；运用收敛数列的定义证明数列的极限；无穷小数列；无穷大数列。

§2 收敛数列的性质（4 学时）

收敛数列极限的唯一性；收敛数列的有界性；收敛数列的保号性；收敛数列的保不等式性；收敛数列的迫敛性；收敛数列的四则运算法则；子列的概念以及与之有关的数列收敛的充要条件。

§3 数列极限存在的条件（5 学时）

单调数列的定义;单调有界原理以及运用单调有界原理证明数列的收敛性;致密性定理;Cauchy 收敛准则。

考核要求：

熟练掌握收敛数列的各种定义，并能熟练运用收敛数列的定义$\varepsilon-N$；熟练掌握收敛数列的各个性质；熟练掌握单调有界原理、致密性定理以及 Cauchy 收敛准则，并能运用上述定理证明数列的收敛性。

第三章　函数极限

教学要点：

各种类型函数极限的定义；单侧极限；函数极限的性质；函数极限存在的条件；两个重要极限；无穷小量与无穷大量。

教学时数：

19 学时

教学内容：

§1 函数极限概念（4 学时）

$x\to\infty$时函数极限的定义与几何意义；$x\to x_0$时函数极限的$\varepsilon-\delta$定义以及几何意义；单侧极限的定义。

§2 函数极限的性质（4 学时）

函数极限的唯一性；局部有界性；局部保号性；保不等式性；迫敛性；四则运算法则以及上述性质的应用。

§3 函数极限存在的条件（4 学时）

各种类型函数极限存在的 Heine 归结原则；四类单侧极限的单调有界原理；函数极限的 Cauchy 收敛准则。

§4 两个重要极限（2 学时）

重要极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=0$ 的证明及应用；重要极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{x})^x=e$ 的证明及应用。

§5 无穷小量与无穷大量（5 学时）

无穷小量、有界量的定义；无穷小量的性质；无穷小量阶的比较：高阶无穷小量、同阶无穷小量、等价无穷小量；等价无穷小量在求极限问题中的应用；无穷大量的定义、无穷大量的性质、无穷大量与无穷小量的关系；曲线的渐近线。

考核要求：

熟练掌握函数极限的定义，并能运用定义验证函数的极限；熟练掌握函数极限的性质及其应用；掌握函数极限存在的条件，并能用其证明函数是否收敛；熟练掌握运用两个重要极限与等价无穷小量求极限的方法。

第四章　函数的连续性

教学要点：

函数连续、一致连续的定义；函数的间断点；连续函数的性质以及初等函数的连续性。

教学时数：

12 学时

教学内容：

§1 连续性的概念（2 学时）

函数在一点的连续性；间断点及其分类；区间上的连续函数。

§2 连续函数的性质（6 学时）

连续函数的局部性质：局部有界性、局部保号性、四则运算法则；复合函数的连续性；闭区间上连续函数的性质：最大、最小值定理、有界性定理、介值性定理、零点定理与一直连续性定理。

§3 初等函数的连续性（4 学时）

指数函数的连续性、幂函数、对数函数的连续性。

考核要求：

充分领会函连续的定义、领会一致连续的概念，能应用连续的定义分析、论证，能区分不连续点的类型。

第五章　导数和微分

教学要点：

熟练掌握微分的定义、导数的定义、导数的四则运算和反函数的求导法则、复合函数的求导法则及其应用，一阶微分形式的不变性、高阶导数和高阶微分及运算法则，会应用 Leibniz 公式、理解和掌握参变量函数的高阶导数。

教学时数：

13 学时

教学内容：

§1 导数的概念（2 学时）

导数产生的背景；导数的定义；单侧导数的定义以及与可导的关系；导数的几何意义。

§2 求导法则（2 学时）

导数的四则运算和反函数的求导法则、复合函数的求导法则及其应用、基本求导公式。

§3 参变量函数的导数（2 学时）

参变量函数的求导法则。

§4 高阶导数（4 学时）

高阶导数的定义、求函数高阶导数的 Leibniz 公式、参变量函数的高阶导数。

§5 微分（3 学时）

微分的概念；可微的几何意义；微分的基本运算法则；高阶微分；微分在近似计算中的应用。

考核要求：

会应用导数的定义、四则运算法则、反函数的求导法则和复合函数求导法则求导数和高阶导数，能综合应用各种方法求函数的导数。

第六章　微分中值定理及其应用

教学要点：

微分中值定理、不定式极限；Taylor 公式及其应用，函数的极值与最值、函数的凸性和拐点，函数图像讨论。

教学时数：

19 学时

教学内容：

§1 Lagrange 中值定理和函数的单调性（4 学时）

Rolle 中值定理和 Lagrange 中值定理及其应用;单调函数和可导的关系;Darboux 定理。

§2 Cauchy 中值定理和不定式极限（4 学时）

Cauchy 中值定理、定理的应用及几何意义；运用 L’Hospital 法则求解不定式极限。

§3 Taylor 公式（4 学时）

带 Peano 型余项的 Taylor 公式；带 Lagrange 型余项的 Taylor 公式；Taylor 公式的应用。

§4 函数的极值与最大、小值（2 学时）

函数极值的定义；函数极值的第一充分条件、第二充分条件以及第三充分条件；求解函数的最大、小值。

§5 函数的凸性与拐点（3 学时）

凸函数、凹函数的定义；函数为凸函数的充要条件、充分条件；凸函数的应用；拐点的定义。

§6 函数图像的定义（2 学时）

作函数图像的一般程序，根据函数的性质绘出函数图像。

考核要求：

领会微分中值定理、Taylor 公式的深刻意义，能用微分中值定理进行分析、论证，能将函数展开成 Taylor 多项式和其余项之和，能综合使用 L'Hospital 法则 Taylor 公式求函数及数列的极限，掌握函数极值与凸性的定义以及相关性质与应用，会进行函数作图。

第七章　实数的完备性

教学要点：

领会实数基本定理。

教学时数：

6 学时

教学内容：

§1 关于实数集完备性的基本定理（4 学时）

区间套定理、聚点定理和有限覆盖定理。

考核要求：

掌握实数基本定理的内容，领会实数基本定理之间的关系。

第八章　不定积分

教学要点：

理解不定积分的概念、性质、运算和换元积分法、分部积分法，熟练掌握不定积分的基本公式，分部积分法和换元积分法、有理函数积分的计算、区分无理函数的积分和可化为有理函数积分的类型

教学时数：

14 学时

教学内容：

§1 不定积分的概念与基本积分公式（3 学时）

原函数、不定积分的定义、不定积分线性性质、不定积分的基本公式。

§2 换元积分法和分部积分法（5 学时）

换元积分法——第一类换元积分法、第二类换元积分法，分部积分法、基本积分表。

§3 有理函数和可化为有理函数的不定积分（6 学时）

有理函数、有理函数的积分、可化为有理函数不定积分的情况。

考核要求：

综合应用各种方法，（包括定义、基本公式、线性性质、换元积分法、分部积分法）能计算出一般函数的不定积分

三、参考书目

1. 陈纪修，於崇华，金路著，《数学分析》，高等教育出版社，2002 年第 1 版（第 5 次印刷）
2. 陈传璋，金福临，朱学炎，欧阳光中编，《数学分析》，高等教育出版，1990 年第 2 版
3. 吉米多维奇，《数学分析习题集》，人民教育出版社，1958 年第三版

数学分析 II

一、说明

课程性质

数学分析（二）研究的主要内容是如何求解不定积分、定积分，如何理解和讨论级数和

反常积分的敛散性，它是分析数学系列课程之一，也是其他后继课程的重要基础。

数学分析（二）是数学与应用数学专业的基础专业课之一，在第 2 学期开设。

教学目的

掌握定积分的概念、可积条件，计算方法及几何意义；反常积分和级数的概念和敛散性的基本判别方法及幂级数的基本知识；初步培养具有用定积分解决实际问题的能力和敛散性的思想；为分析数学及其后继课程的学习打好必要的基础知识。

教学内容

不定积分、定积分及其应用、数项级数及其收敛判别方法、函数列与函数项级数的一致收敛性及其性质、幂级数、Fourier 级数。

教学时数

108 学时

教学方式

讲授法，同时注重基本理论和实际问题的密切结合

二、本文

第九章　定积分

教学要点：

定积分的概念，定积分的思想，可积的判断方法，微积分基本定理和定积分的计算。

教学时数：

23 学时

教学内容：

§1 定积分的概念（4 学时）

定积分的引入、定积分的定义、运用定积分的定义求函数的定积分。

§2 牛顿-莱布尼茨公式（2 学时）

牛顿-莱布尼茨公式；运用牛顿-莱布尼茨公式求定积分；运用定积分的定义求数列的极限。

§3 可积条件（6 学时）

Riemann 可积的必要条件、充要条件和可积函数类。

§4 定积分的性质（5 学时）

定积分的基本性质：线性性、区间可加性、单调性以及绝对可积性等；积分第一中值定理及其推广形式。

§5 微积分学基本定理·定积分的计算（6 学时）

变限积分与原函数的存在性；积分第二中值定理；定积分的换元积分法和分部积分法；Taylor 公式的积分型余项以及 Cauchy 型余项。

考核要求：

重点掌握定积分的概念等；掌握可积的充要条件，可积函数类，定积分的性质，微积分基本定理，定积分计算方法（换元法、分部积分法及奇偶函数的定积分等）。

第十章　定积分的应用

教学要点：

各种类型函数极限的定义；单侧极限；函数极限的性质；函数极限存在的条件；两个重

要极限；无穷小量与无穷大量。

教学时数：

13 学时

教学内容：

§1 平面图形的面积（2 学时）

三种不同形式的求平面图形的面积公式：函数以 $y=f(x)$ 形式给出的；以参数形式给出的；以极坐标形式给出的。

§2 由平行截面面积求体积（2 学时）

一般立体的体积公式；旋转体的体积公式。

§3 平面曲线的弧长与曲率（2 学时）

三种不同形式的求平面曲线弧长的公式：函数以 $y=f(x)$ 形式给出的；以参数形式给出的；以极坐标形式给出的；曲线的曲率公式。

§4 旋转曲面的面积（4 学时）

微元法；运用微元法求解旋转曲面的面积。

§5 定积分在物理中的应用（3 学时）

运用定积分求解液体静压力、引力、功与平均功率。

考核要求：

熟练掌握运用定积分求解平面图形的面积、立体的体积、平面曲线的弧长与曲率以及旋转曲面的面积；了解定积分在物理中的应用。

第十一章　反常积分

教学要点：

反常积分收敛和发散的概念及敛散性判别法。

教学时数：

14 学时

教学内容：

§1 反常积分的概念（3 学时）

反常积分的引入；无穷限反常积分的概念、几何意义与计算；瑕积分的概念、几何意义与计算。

§2 无穷积分的性质与收敛判别　（6 学时）

无穷积分的性质：线性性、区间可加性、绝对收敛和条件收敛等；非负函数无穷限积分的收敛判别法：比较原则、Cauchy 判别法；一般无穷积分的收敛判别法：Dirichlet 判别法、Abel 判别法。

§3 瑕积分的性质与收敛判别　（5 学时）

瑕积分的性质：线性性、区间可加性、绝对收敛和条件收敛等；非负函数瑕积分的收敛判别法：比较原则、Cauchy 判别法；一般瑕积分的收敛判别法：Dirichlet 判别法、Abel 判别法。。

考核要求：

掌握反常积分敛散性的定义，掌握一些重要的反常积分收敛和发散的例子，理解并掌握绝对收敛和条件收敛的概念并能用反常积分的 Cauchy 收敛原理、非负函数反常积分的比较判别法、Cauchy 判别法，以及一般函数反常积分的 Abel、Dirichlet 判别法判别基本的反常积分，。

第十二章　数项级数

教学要点：

数项级数及其敛散性概念，级数的基本性质，正项级数的判别法，任意项级数的判别法。

教学时数：

15 学时

教学内容：

§1 级数的收敛性（3 学时）

数项级数及其敛散性概念，级数收敛的必要条件和其它性质，一些简单的级数求和。

§2 正项级数（6 学时）

正项级数的概念，比较原则，Cauchy、D`Alembert 及其极限形式，Raabe 判别法和积分判别法

§3 一般项级数（6 学时）

交错级数的概念，莱布尼茨判别法；绝对收敛级数及其性质；条件收敛级数及其性质；Dirichlet 判别法；Abel 判别法。

考核要求：

准确理解敛散性概念、级数收敛的必要条件和其它性质，熟练地求一些级数的和；比较熟练利用正项级数的收敛原理，比较判别法，Cauchy、D`Alembert 判别法及其极限形式，Raabe 判别法和积分判别法判别正项级数的敛散性；准确理解 Leibniz 级数，并比较熟练利用 Leibniz 级数，Abel、Dirichlet 判别法判别一般级数的敛散性。

第十三章　函数列与函数项级数

教学要点：

函数项级数和函数列一致收敛的概念及其判别方法，一致收敛函数项级数和函数列的连续、可导和可积性。

教学时数：

14 学时

教学内容：

§1 一致收敛性（8 学时）

函数列的点态收敛，收敛域，部分和函数，函数列的一致收敛、内闭一致收敛，函数列一致收敛的判别法；函数项级数的点态收敛，收敛域，部分和函数，函数项级数的一致收敛、内闭一致收敛，函数项一致收敛的判别法

§2 一致收敛函数列与函数项级数的性质　（6 学时）

一致收敛函数列的连续性、可微性和可积性定理；一致收敛函数项级数的连续性、可微性和可积性定理。

考核要求：

重点理解点态收敛、一致收敛和内闭一致收敛，函数列一致收敛的判别法，掌握一致收敛函数列的连续性、可导性和可积性；掌握并学会应用函数项级数的 Cauchy 收敛原理，Weierstrass 判别法，Abel、Dirichlet 判别法，掌握一致收敛级数的连续性、可导性和可积性。

第十四章　幂级数

教学要点：

幂级数的收敛半径和收敛域及其半径求法，函数的幂级数展开。

教学时数：

12 学时

教学内容：

§1 幂级数（6 学时）

幂级数的概念，收敛半径和收敛域，利用 Cauchy-Hadamard 定理，D`Alembert 判别法求收敛半径，幂级数的连续、可导和可积性，利用幂级数的连续、可导和可积性求幂级数的和。

§2 函数的幂级数展开（6 学时）

函数幂级数展开的条件，初等函数的幂级数展开。

考核要求：

重点掌握用 Cauchy-Hadamard、D`Alembert 求幂级数收敛半径，可以利用幂级数可导和可积性求幂级数的和，掌握函数幂级数展开的条件，初等函数的幂级数展开。

第十五章　傅里叶级数

教学要点：

熟练掌握函数的Fourier级数展开；熟练掌握Fourier级数的收敛判别法；正确理解Fourier级数的分析性质和逼近性质；掌握 Fourier 变换的性质及其在理论分析和实际计算中的应用；快速 Fourier 变换的思想及应用。

教学时数：

17 学时

教学内容：

§1 Fourier 级数（6 学时）

三角级数与正交函数系；周期为 2π 的函数的 Fourier 展开；收敛定理；

§2 以 2^l 为周期的函数的展开式（6 学时）

以 2^l 为周期的函数的 Fourier 展开式；偶函数的 Fourier 级数；奇函数的 Fourier 级数。

§3 收敛定理的证明（5 学时）

Bessel 不等式；Parseval 等式；Riemann-Lebesgue 定理；上述定理与公式在收敛定理证明中的应用。

考核要求：

熟练掌握函数的 Fourier 级数展开；综合分析 Fourier 级数的敛散性；掌握 Fourier 变换的性质及其在理论分析和实际计算中的应用。

三、参考书目

1. 陈纪修，於崇华，金路著 《数学分析》，高等教育出版，2002 年第 1 版（第 5 次印刷）
2. 陈传璋，福临，朱学炎，欧阳光中编，《数学分析》，高等教育出版社 1990 年第 2 版
3. 吉米多维奇，《数学分析习题集》，人民教育出版社，1958 年第三版

数学分析 III

一、说明

课程性质

数学分析 III 的主要内容是多元函数的极限、多元函数的连续性以及多元函数微分学、含参量积分、多重积分、曲线积分和曲面积分等，在第 3 学期开设。它是进行数学研究的理论基础，着重研究解决数学问题的基础方法及其理论。

教学目的

使学生掌握数学分析的基本原理和思想，掌握方法处理的技巧，要熟练掌握多元函数微积分学的基本概念与理论；其次，要通过例子，初步掌握用分析的方法解决实际应用问题。

教学内容

数学分析第三部分的内容包括多元函数的极限、多元函数的连续性以及多元函数微分学、含参量积分、多重积分、曲线积分和曲面积分等。

教学时数

108 学时

教学方式

讲授为主，并结合作业、测验。

（一）课程性质

数学分析 III 研究的主要内容是如何求解含参量积分、多重积分、曲线积分和曲面积分，它是分析数学系列课程之一，也是其他后继课程的重要基础。

数学分析 IV 是数学与应用数学专业的基础专业课之一，在第 2 学期开设。

（二）教学目的

通过本课程的学习，使学生掌握多元函数积分学的内容，为之后分析学系列课程（复变函数、实变函数、微分方程、泛函分析等）及数学专业其它后继课程打好基础，并自然地渗透了对学生进行逻辑和数学抽象思维的特殊训练。

二、本文

第十六章　多元函数的极限与连续

教学要点：

有关平面点集的定义；二元函数重极限和累次极限的定义、性质；累次极限和重极限的关系；二元函数连续的概念以及关于单变元连续的概念；二元连续函数的局部性质和全局性质。

教学时数：

16 学时

教学内容：

§1 平面点集与多元函数（6 学时）

平面点集的定义；内点、外点、界点、聚点、孤立点、开集、闭集、开域、闭域以及区域的定义等；R^2 上的完备性定理；二元函数与多元函数的定义与性质。

§2 二元函数的性质（4 学时）

二元函数重极限的 $\varepsilon-N$ 定义；二元函数重极限的性质；二元函数重极限存在的充要条

件；非正常极限；累次极限的定义；累次极限与重极限的关系。

§3 二元函数的连续性（6 学时）

二元函数的连续性概念；二元连续函数的局部性质；不连续点、可去间断点的定义；关于单变元连续和连续之间的关系；有界闭域上连续函数的性质：有界性与最大、最小值定理、一致连续性定理以及介值性定理

考核要求：

熟练掌握有关平面点集的定义；熟练掌握二元函数重极限和累次极限的定义、性质并能掌握累次极限和重极限的关系；掌握二元函数连续的概念以及关于单变元连续的概念；并能掌握两者之间的联系；掌握并能运用连续函数的性质探讨相关命题。

第十七章　多元函数的微分学

教学要点：

偏导数和高阶偏导数的概念与计算；方向导数、梯度、切线与法平面的概念；多元复合函数的求导法则；多元函数的中值定理、Taylor 公式与极值问题。

教学时数：

18 学时

教学内容：

§1 可微性（5 学时）

可微性与全微分；偏导数的定义；偏导数和全微分的几何意义；可微的必要条件；可微的充分条件；可微的集合意义及其应用；可微、连续以及偏导数存在这三者之间的关系。

§2 复合函数微分法（4 学时）

复合函数求偏导的链式法则；一阶全微分的形式不变性。

§3 方向导数与梯度（4 学时）

方向导数的定义；方向导数的计算；方向导数与偏导数、全微分之间的关系；梯度的定义及其性质。

§4 Taylor 公式与极值问题（5 学时）

高阶偏导数的计算；混合偏导数相等的条件；复合函数高阶偏导数的求法；中值定理；多元函数的 Taylor 公式;应用 Taylor 公式求解函数的近似值;极值存在的必要条件;Hessen 矩阵；极值存在的充分条件；应用极值存在的条件求解实际问题的最小值和最大值。

考核要求：

熟练计算偏导数和高阶偏导数，了解偏导数的几何意义；理解全微分的意义及其几何意义；了解全微分、偏导数与连续三者之间的关系；掌握 Taylor 公式以及求极值的条件。

第十八章　隐函数定理及其应用

教学要点：

隐函数存在与唯一性定理；隐函数组定理；由隐函数或隐函数组所确定的平面或空间曲线(曲面)的切线、法线或法平面的求法；隐函数的求导法则；无条件极值与条件极值的计算方法。

教学时数：

14 学时

教学内容：

§1 隐函数（6 学时）

隐函数的概念；隐函数存在性条件分析；隐函数存在唯一性定理；隐函数可微性定理；

隐函数极值问题的求解；隐函数求导问题。

§2 隐函数组（4 学时）

隐函数组的概念；隐函数组定理；反函数组与坐标变换。

§3 几何应用（2 学时）

运用隐函数定理求解平面曲线的切线和法线；运用隐函数求导法则求解空间曲线的切线和法平面；运用隐函数求导法则求解曲面的切平面与法线。

§7 条件极值（2 学时）

条件极值问题的定义；Lagrange 乘数法及条件极值的充分条件；函数的条件极值与最值的计算；条件极值在几何、不等式及其它实际问题中的应用。

考核要求：

理解隐函数定理和隐函数组定理的条件；会计算隐函数的导数，会计算隐函数组的导数或偏导数；会运用隐函数(组)定理求解相关线、面方程；掌握无条件极值与条件极值的求法。

第十九章　含参量积分

教学要点：

理解含参变量的常义积分的定义及分析性质；掌握含参变量的反常积分的一致收敛的判别法及一致收敛积分的分析性质；掌握 Beta 函数和 Gamma 函数的性质、递推公式及二者之间的关系。

教学时数：

12 学时

教学内容：

§1 含参量正常积分(4 学时)

含参量正常积分的定义；含参量正常积分的连续性；含参量正常积分的可微性；含参量正常积分的可积性。

§2 含参量反常积分(6 学时)

含参量积分的一致收敛的定义；含参量反常积分一致收敛的充要条件；含参量反常积分的判别法；含参量反常积分的连续性；含参量反常积分的可微性；含参量反常积分的可积性；含参量反常积分的计算和应用。

§3 欧拉积分(2 学时)

Gamma-函数和 Beta 函数的定义、性质、递推公式及二者之间的关系；关于 Gamma 函数的 Legendre 公式、余元公式和 Stirling 公式。

考核要求：

熟练掌握含参变量的常义积分的定义及分析性质；熟练掌握含参变量的反常积分的一致收敛的判别法及一致收敛积分的分析性质；掌握 Beta 函数和 Gamma 函数的性质、递推公式及二者之间的关系。

第二十章　曲线积分

教学要点：

理解第一、二类曲线积分的概念；掌握利用 Green 公式计算曲线积分的方法；理解曲线积分与路径无关的条件。

教学时数：

6 学时

教学内容：

§1 第一型曲线积分（2 学时）

第一型曲线积分的概念；第一类曲线积分的性质：线性性、路径可加性、单调性、绝对可积性；第一类曲线积分的计算公式及其应用；

§2 第二型曲线积分（4 学时）

第二型曲线积分的概念及性质：方向性、线性性与路径可加性；第二类曲线积分的计算公式及其应用；

考核要求：

熟练掌握第一、二型曲线积分的概念、性质与计算，掌握第一型曲线积分与第二型曲线积分之间的联系与区别。

第二十一章　重积分

教学要点：

理解重积分与反常重积分的概念；掌握二重积分、三重积分的算法；理解二重积分与三重积分的变量代换；掌握 Green 公式以及曲线积分和路径的无关性。

教学时数：

28 学时

教学内容：

§1 二重积分的概念(4 学时)

平面图形的面积；二重积分的定义以及重积分存在的必要、充要以及充分条件；二重积分的性质。

§2 直角坐标系下二重积分的计算(4 学时)

矩形区域下二重积分的计算；x-型区域，y-型区域的定义；可划分为x-型区域和y-型区域的重积分的计算。

§3 格林公式·曲线积分与路径的无关性(4 学时)

格林公式；曲线积分与路径的无关性；

§4 二重积分的变量代换（6 学时）

曲线坐标及 Jacobi 行列式的几何意义和应用；二重积分变量代换公式及应用；变量代换公式的证明；用极坐标变换计算重积分。

§5 三重积分（6 学时）

三重积分的概念与性质；化三重积分为累次积分；三重积分换元法：柱面坐标变换、球坐标变换。

§6 重积分的应用（4 学时）

用重积分计算曲面的面积、质心、转动惯量以及引力等。

考核要求：

理解重积分的概念；了解二重积分的可积函数类与性质；熟练掌握二重积分、三重积分的计算方法；掌握二重积分与三重积分的变量代换以及变换法；并能运用重积分计算曲面的面积、质心等物理量。

第二十二章　曲面积分

教学要点：

理解第一型曲面积分和第二型曲面积分的概念；掌握利用 Gauss 公式和 Stokes 公式计算曲面积分的方法；掌握两类积分的联系与区别。

教学时数：

14 学时

教学内容：

§1 第一型曲面积分(2 学时)

第一型曲面积分的概念和性质；第一型曲面积分的计算。

§2 第二型曲面积分(6 学时)

曲面的侧；流体的流速与第二型曲面积分的概念；第二型曲面积分的计算方法；两类曲面积分的联系和区别。

§3 高斯公式与斯托斯克公式(6 学时)

高斯公式；斯托克斯公式；单连通区域与复连通区域。

考核要求：

掌握第一型曲面积分和第二型曲面积分的概念；掌握两类曲面积分的性质和计算方法；并能熟练的运用 Gauss 公式和 Stokes 公式在不同区域上计算曲面积分。

三、参考书目

1、陈纪修、於崇华、金路编，《数学分析》，高等教育出版社，2000 年第一版。

2、复旦大学数学系编，《数学分析》，高等教育出版社，1983 年第二版。

3、吉米多维奇，《数学分析习题集》，人民教育出版社，1958 年第三版。

高 等 代 数 I

一、说明

（一）课程性质

高等代数是高等师范院校数学与应用数学专业的一门重要核心课程，也是理科各学科的一门重要基础课。它是中学代数的继续和提高，它的思想和方法已经渗透到数学的各个领域。高等代数 I 的主要内容包括行列式，矩阵理论和多项式理论等。这些理论不但是学习高等代数 II 的基础，而且理论本身十分重要，不仅在自然科学的各分支有着重要应用，而且在社会科学领域中也有着广泛的应用。

（二）教学目的

通过高等代数 I 的学习，使学生掌握行列式，矩阵理论和多项式理论的基本概念和方法，逐步体会从特殊到一般，从具体到抽象的思想方法。掌握了行列式，矩阵理论和多项式理论的基本概念和方法，会在很大程度上提高学生分析问题和解决问题的能力，对数学专业后继课程的学习至关重要。教师在教学中不但要着眼于理论本身，更应该将重要的数学思想和思维方式贯穿于教学始终。

（三）教学内容

高等代数 I 课程的主要内容有：行列式、矩阵理论、多项式理论。

（四）教学时数

90 学时(周 5)。

（五）教学方式

课堂讲授。

二、本文

第一章　行列式

教学要点：

排列；逆序数；行列式的定义；行列式的性质；行列式的计算及其应用。

教学时数：

18 学时。

教学内容：

第一节　二阶与三阶行列式（2 学时）

主要二阶与三阶行列式的定义，强调引入行列式记号的便利性，使学生会熟练使用对角线法则计算二阶和三阶行列式。

第二节　排列（2 学时）

主要介绍排列的定义以及逆序数，排列的奇偶性及其性质，为定义 n 阶行列式打下基础。

第三节　n 阶行列式（4 学时）

主要介绍 n 阶行列式的定义及其基本性质。结合行列式的定义证明行列式的性质，使学生进一步熟悉行列式的定义。重点讲解行列式计算中性质的灵活运用，以及综合几种性质计算行列式的方法。

第四节　行列式按行(列)展开（4 学时）

主要介绍子式，余子式，代数余子式的概念以及行列式按行(列)展开的性质，使学生初步将行列式的性质综合起来计算行列式。重点讲解行列式按行(列)展开的性质与其它性质的结合。

克拉默法则（4 学时）

介绍克拉默法则的内容及其证明，讲解齐次线性方程组有非零解的必要条件。对行列式计算的方法进行必要的归纳总结。

行列式的一些应用

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

要使学生理解本章的这些基本概念，掌握基本性质。注意区分这些概念之间的不同之处，又要弄清这些概念之间的联系。特别是了解这些概念产生的背景及来龙去脉。本章的重点概念是行列式的定义及其计算, 以及从特殊到一般处理问题的数学思维方法。真正学好这一章，将为后面几章内容的学习打下扎实的基础。

第二章　矩阵

教学要点：

矩阵的定义；矩阵的加法、数乘及乘法运算法则；初等变换；可逆矩阵的求解；矩阵的分块理论。

教学时数：

24 学时

教学内容：

第一节　矩阵的定义（2 学时）

通过具体的模型和问题提炼出矩阵的基本思想，在此基础上，自然地给出矩阵的定义。

矩阵对策

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

矩阵的加法与数乘运算（2 学时）

主要介绍矩阵加法的定义和运算规律，数与矩阵的乘法运算规律，并通过具体的例子使学生加深对矩阵加法和数乘运算的理解。

矩阵的乘法（6 学时）

通过实例引出矩阵乘法的定义，主要介绍矩阵乘法的定义，矩阵的加法与矩阵的乘法的综合运算。

矩阵在决策理论中的应用

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

第六节　初等变换　（4 学时）

介绍矩阵的行(列)初等变换和初等矩阵的定义，并通过矩阵的行(列)初等变换把一个矩阵化为它的等价标准型，最后介绍 n 阶方阵的行列式的运算。在此基础上，说明初等变换的理论意义。

第七节　可逆矩阵（4 学时）

主要介绍 n 阶矩阵的逆矩阵，n 阶矩阵的行列式，矩阵乘积的行列式与各自行列式的关系，n 阶方阵可逆时逆矩阵的求法（有两种方法，伴随矩阵的方法与初等行变换的方法)。

第八节　矩阵的分块 (4 学时)

主要介绍矩阵的分块理论，通过把矩阵中一部分元素看作一个块（或一个元素）来处理矩阵的有关问题，在很大程度上起到简化的作用。

全章内容总结及复习，答疑。(2 学时）

考核要求：

要使学生理解本章的这些基本概念，掌握基本性质。注意区分矩阵和行列式的区别与联系。特别是了解这些概念的理论意义。本章的重点概念是矩阵，矩阵的运算法则，初等变换和可逆矩阵, 要熟练掌握它们的运用。

第三章　矩阵的进一步讨论

教学要点：

矩阵秩的求法；矩阵特征根的求法；对称矩阵；矩阵的合同；二次型；正定矩阵。

教学时数：

20 学时。

教学内容：

矩阵的秩（2 学时）

介绍矩阵的 k 阶子式的概念，通过 k 阶子式判断矩阵的秩，进一步介绍了通过初等变换求矩阵的秩的方法，以及 n 阶可逆矩阵与秩之间的关系。

第二节　特征根（4 学时）

介绍矩阵的特征根的定义，引申其理论意义，并介绍特征多项式和相似矩阵的定义，特征根的具体求法以及相似矩阵的性质，最后介绍了相似矩阵的特征多项式，特征根，行列式和秩的关系。

第三节　对称矩阵（4 学时）

主要介绍了矩阵的转置和对称矩阵的定义，通过行列式的性质介绍了矩阵和它的转置矩阵的秩，特征多项式和特征根的关系，并研究对称矩阵的特征根。

矩阵的合同（4 学时）

介绍了矩阵的合同概念和性质，并分别讨论了复数域和实数域上 n 阶对称矩阵的合同标准形。

二次型（2 学时）

主要介绍用矩阵的初等变换将二次型 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$化为只含平方项的二次型的方法，并通过实例让学生熟练掌握将二次型化为标准形的过程。

正定矩阵 （2 学时）

介绍正定矩阵的定义和实对称矩阵是正定矩阵的等价条件。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

理解并熟记矩阵的各种运算、矩阵与行列式的区别与联系，逆矩阵的思想与逆矩阵的两种求法。掌握矩阵的分块思想在矩阵理论中的重要性。

第四章 多项式与矩阵

教学要点：

带余除法；多项式的整除性；最大公因式；最大公因式的矩阵求法；多项式的根。

教学时数：

28 学时。

教学内容：

第一节 带余除法 多项式的整除性（4 学时）

本节主要介绍一元多项式的概念和一元多项式的表示法、次数、系数等概念，介绍了多项式的运算法则，同时介绍了带余除法的概念和多项式的整除的概念和一些基本性质。

第二节 最大公因式（4 学时）

和整数的情形一样，本节主要介绍和讨论两个多项式的最大公因式的方法——辗转相除法，同时引入多项式的互素这一概念和互素的判别法。

第三节 多项式的因式分解（4 学时）

在中学了学过一些具体的方法，把一个多项式分解为不能再分的因式的乘积。本节系统地讨论了这个问题，介绍了多项式的唯一因式分解，同时介绍了重因式的概念，并介绍了判别一个多项式有没有重因式的方法。

第四节 最大公因式的矩阵求法Ⅰ（4 学时）

介绍了矩阵的准等价的定义及性质，利用矩阵的准初等变换介绍一种求多个多项式的最大公因式的方法，并通过实例让学生更加熟练的掌握求最大公因式的方法。

第五节 最大公因式的矩阵求法Ⅱ（6 学时）

介绍了 x-矩阵的定义以及 x-矩阵的行(列)初等变换，并利用 x-矩阵的行初等变换介绍一种求最大公因式的方法。

第六节 多项式的根（4 学时）

本节将从函数的观点来考察多项式，介绍了多项式的根的概念，一个数是否为多项式根的方法——综合除法。

x-矩阵的标准形

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

数字矩阵相似的充要条件

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

第九节 Cayley-Hamilton 定理 最小多项式

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

要使学生理解本章的这些基本概念，掌握基本性质。多项式与矩阵的联系，多项式的带

余除法和最大公因式的两种矩阵求法以及多项式的综合除法。

高 等 代 数 II

一、说明

（一）课程性质

高等代数 II 是高等代数 I 内容的深入和继续，其主要内容包括向量空间、线性方程组、线性变换和欧氏空间等。这些理论十分重要，被广泛应用于最优化，决策理论，成为现代数学必不可少的基础理论之一。在这些理论的产生和发展过程中多体现的数学思维方法，将为提高学生发现和解决问题的能力，产生重要而深远的影响。

（二）教学目的

通过高等代数 II 的学习，使学生逐步理解和掌握向量空间、线性方程组、线性变换和欧氏空间的基本概念和方法，进一步加深对从特殊到一般，从具体到抽象的思想方法的理解。对向量空间、线性方程组、线性变换和欧氏空间理论，在教学中不但要重视对学生计算能力的培养，而且要让学生理解这些概念产生的背景和其中所体现的数学思想，由点到面，从部分到整体，切实提高学生的综合数学素质。

（三）教学内容

高等代数课程的主要内容有：向量空间、线性方程组、线性变换和欧氏空间。

（四）教学时数

72 学时(周 4)。

（五）教学方式

课堂讲授。

二、本文

第五章　向量空间

教学要点：

向量空间的定义；向量的线性相关性；基，维数，坐标；子空间；向量空间的同构。

教学时数：

18 学时。

教学内容：

第一节　向量空间的定义（4 学时）

本节首先从例子出发，抽象出它们的共性，从而得到向量空间的概念，再介绍向量空间的性质及其在数学中的重要性。

第二节 向量的线性相关性（4 学时）

讲解向量的线性相关和线性无关的定义和几条简单的性质，介绍向量组的极大无关组的定义和求法，并介绍极大无关组的理论意义，从而进一步加深学生对问题抓住本质的数学思想的理解。

第三节　基、维数、坐标（4 学时）

本节介绍了数域上向量空间的基与维数、过渡矩阵的定义，研究了同一向量在不同基底下坐标之间的关系。

第四节　子空间　(2 学时)

介绍了子空间的定义和性质以及一个向量空间的非空子集构成向量子空间的充要条件，同时介绍了两个子空间和的维数与各自的维数之间的关系。

第五节　向量空间的同构　（2 学时）

本节从映射的例子出发，得到两向量同构的定义以及同构映射的一些性质，并阐明同构的理论意义和体现的数学思想。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

理解和掌握向量的线性相关性和无关性的概念，熟练掌握向量维数的计算以及坐标和过渡矩阵之间的关系。子空间和向量空间同构的定义和性质。

第六章　线性方程组

教学要点：

消元解法；其次线性方程组的解；一般线性方程组的解；秩与线性相关性；特征向量；矩阵的对角化。

教学时数：

18 学时。

教学内容：

第一节　消元解法（2 学时）

本节通过消元法解线性方程组引出线性方程组的初等变换的概念，并与矩阵的初等变换的概念相联系，利用初等变换介绍了线性方程组是否有解的判别方法及求一个线性方程组的一般解的方法。

第二节　应用举例

属于选学内容，学生自学，教师答疑，不在课堂讲授。

第三节 齐次线性方程组解的结构（2 学时）

本节讨论了齐次线性方程组解的结构，介绍了求解齐次线性方程组的一个基础解系的方法，将基础解系的理论意义和向量空间相联系。

第四节 一般线性方程组解的结构（2 学时）

本节介绍一般的线性方程组的求解问题，因为齐次线性方程组的求解问题已经解决，所以我们将一般线性方程组的求解问题归结为齐次线性方程组的求解问题。由此也进一步让学生体会从特殊到一般的数学思想。

第五节　秩与线性相关性　（4 学时）

本节用线性方程组的理论去研究矩阵的秩、行列式、向量组的线性相关性等概念之间的关系。

第六节　特征向量与矩阵的对角化　（6 学时）

本节首先利用线性方程组的理论解决特征向量的求法问题，然后研究一个数域 F 上 n 阶矩阵什么时候能与一个对角形矩阵相似的问题。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

要使学生理解本章的这些基本概念，掌握基本方法，深入领会从特殊到一般的数学思想在本章的运用。特别要掌握并熟记线性方程组解的求解方法、解的结构以及应用。

第七章　线性变换

教学要点：

线性变换；线性变换的矩阵；不变子空间；本征值；本征向量。

教学时数：

18 学时。

教学内容：

第一节　线性变换的定义及性质（2 学时）

通过具体的例子引出线性变换的定义，同时介绍了线性变换的一些性质。

第二节　线性变换的运算（2 学时）

本节主要介绍了线性变换的加法、乘法及数与线性变换的乘法运算，最后介绍了线性变换的多项式的概念。

第三节　线性变换的矩阵　（4 学时）

有了线性变换的概念，我们讨论线性变换在一个基下的矩阵，对向量的坐标和这个向量在线性变换下的坐标之间的联系以及同一线性变换在不同基下的矩阵的联系进行了研究。并介绍了可逆线性变换的等价条件。

第四节　不变子空间（4 学时）

介绍了不变子空间的定义，同时利用不变子空间的概念，来说明线性变换的矩阵的化简与线性变换的内在联系。

第五节 线性变换的本征值和本征向量　（4 学时）

本节介绍本征值和本征向量的概念，它们对线性变换的研究具有基本的重要性，同时介绍了一个 n 阶矩阵什么时候与一个对角矩阵相似的问题，介绍一个线性变换的矩阵可对角化的充要条件。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

要使学生理解本章的这些基本概念，掌握基本性质和方法。要熟练掌握线性变换在基下的坐标之间的关系，要会判别一个 n 阶矩阵什么时候可对角化。

第八章　欧氏空间

教学要点：

欧氏空间；度量矩阵；正交基；正交变换；对称变换；子空间；正交性；对称矩阵的标准形。

教学时数：

18 学时。

教学内容：

第一节　欧氏空间的定义和基本性质（4 学时）

本节在内积公理的基础是介绍了欧氏空间的定义以及一些简单的性质，并通过例题介绍了著名的柯西不等式和施瓦茨不等式。

第二节　度量矩阵与正交基（4 学时）

本节由正交向量组引入正交基的概念，介绍了从欧氏空间的任意一组线性无关的向量组出发，得到一个正交组的方法——施密特正交化方法，同时介绍了正交矩阵的概念。

第三节　正交变换与对称变换　（2 学时）

在欧氏空间有了内积的概念之后，我们就可以考虑保持内积不变的线性变换，并介绍了正交变换的几个等价刻画，同时介绍了对称变换和对称矩阵的关系。

第四节　子空间与正交性（4 学时）

介绍了子空间、正交性、正交补的定义，同时介绍了同构映射的定义和两个有限维欧氏空间同构的充要条件。

第五节 对称矩阵的标准形 （2 学时）

本节根据欧氏空间的理论，关于实对称矩阵，介绍了几个结论，同时介绍了一个求正交矩阵的方法。

全章内容总结及复习，答疑。（2 学时）

考核要求：

本章要重点掌握，主要理解向量空间和欧氏空间的内在联系，要使学生理解这些基本概念，掌握基本性质。要熟练掌握正交基的具体求解过程和怎么把一个 n 阶矩阵化为对角形矩阵的方法。

三、参考书目

1. 刘仲奎，杨永保，程辉，陈祥恩，汪小琳，《高等代数》，高等教育出版社，2003 年 6 月第 1 版
2. 李尚志，《线性代数》，高等教育出版社，2006 年 5 月第 1 版。
3. 张贤科，许甫华，《高等代数学》，清华大学出版社，2004 年 7 月第 2 版
4. 郭聿琦，岑嘉评，徐贵桐，《线性代数导引》，科学出版社，2001 年 5 月第 1 版

解析几何

一、说明

（一）、课程性质

《空间解析几何》是数学与应用数学专业（本科）的核心课程之一。

解析几何就是用代数方法研究几何。它把局限于形、相的定性研究推进到可以计算的定量研究的层面。为初等几何提供了新的研究方法；为学习高等代数提供了具体的模型；为学习经典分析准备必要的知识。同时也为力学、物理学以及一切程技术提供必要的数学工具。

（二）、教学目的

现实的三维空间是人们可直接接触和直接观察的欧氏空间。深入了解三维欧氏空间的结构及其度量性质有助于学生建立起更广泛的“空间”概念以及向 n 维空间的推广。通过《空间解析几何》课程的学习，掌握解析几何的思想，基本理论和研究方法；积累必要的数学知识；培养学生抽象思维能力、建立数学模型的能力、推理与演算的能力。

（三）、教学内容

《空间解析几何》课程的主要内容有向量代数、轨迹与方程、平面及空间中的直线和曲线、几类特殊曲面、二次曲面的一般理论等五个部分。

在空间中引进向量，实质是使空间的几何结构代数的过程。向量的运算能够解决几何中的具有仿射性质的几类基本问题和有关变量的几类基本问题。再通过坐标法、建立轨迹（曲面、曲线）的方程，从而将研究曲线和曲面的几何问题归结为研究其方程的代数问题。包括研究图形的性质、相互位置关系、方程的形式及相互转化以及建立各种形式的方程的方法等方面。对二次曲面的一般理论的讨论，自然而然地引进了坐标变换的方法，再进一步就可以转到关于线性变换的代数理论的研究。由二次曲面方程的系数构成的若干个不变量和半不变量，完全可以刻划二次曲面的各种性质，但不能确定二次曲面在空间中的位置。这也是一个十分重要的概念和思想。

（四）教学时数

本课程应在大学一年级第一学期完成教学。教学总时数 72 (周 4 学时)。

二、具体内容的安排和要求

第一章　向量与坐标

教学要点：

向量的概念与运算、坐标与坐标系、用坐标进行向量的运算、向量共线或共面的必要条件。

教学时数：17 学时

1・1 向量的概念　　（1 学时）

向量的定义、向量的模、单位向量、零向量、相等的向量、相反的向量、向量的共线与共面、向量的自由平移性

1・2 向量的线性运算　　（2 学时）

向量的加法及运算律、向量的减法、向量的数乘及运算律。

1・3 向量的线性关系和向量分解　　（2 学时）

向量的线性组合、向量由其它向量的线性表出、向量的线性相关和线性无关的定义和有关定理。

1・4 坐标系与向量的坐标　　（3 学时）

仿射坐标系与直角坐标系、右手系、向量在坐标系下的坐标、坐标系的基底、用坐标进

行向量的线性运算、共线与共面的充要条件、定比分点。

1·5 向量在给定方向上的射影　　　　　　　　　　（2 学时）

射影的定义和有关定理

1·6 向量的内积　　　　　　　　　　（2 学时）

向量内积的定义和运算律、二向量垂直的充要条件、用坐标进行向量内积运算、两点距离公式、向量的方向余弦、二向量之夹角。

1·7 向量的外积　　　　　　　　　　（2 学时）

向量外积的定义及运算律、几何意义、用坐标进行外积运算、二向量共线的充要条件。

1·8 三向量的混合积　　　　　　　　　　（2 学时）

混合积的定义及运算律、几何意义、三矢共面的充要条件、用坐标进行混合积运算。

要求：

本章是建立解析几何理论的基础和工具。学生应深刻理解空间的几何结构是如何实现代数化的。并能熟练掌握和运用向量的基本知识，解决关于共线、共面、定比分点等仿射性质的问题；解决关于长度、夹角、面积、体积等度量问题。

第二章 轨迹与方程

教学要点：

轨迹与方程的关系、普通方程与参数方程、建立方程的方法。

教学时数：8 学时

2·1 平面曲线的方程　　　　　　　　　　（2 学时）

平面曲线与其方程的关系、平面曲线的普通方程和参数方程、各种形式的方程相互转化。

2·2 曲面的方程　　　　　　　　　　（2 学时）

曲面的直角坐标方程和参数方程、建立曲面方程的方法、球面和圆柱面的方程。

2·3 母线平行于坐标轴的柱面方程　　　　　　　　　　（2 学时）

柱面的准线和母线、母线平行于坐标轴的椭圆柱面、双曲柱面、抛物柱面的方程。

2·4 空间曲线的方程　　　　　　　　　　（2 学时）

空间中的二曲面的交线、空间曲线的参数方程、空间曲线的投影柱面。

要求：建立动点轨迹的方程是解析几何的基本思想。学生应当深刻理解轨迹与其方程之间的关系，能熟练地掌握建立曲面或曲线的方程的方法以及直角坐标方程和参数方程的相互转化。

第三章 平面与空间直线

教学要点：

平面与空间直线的各种形式的方程，平面与平面、平面与点、平面与直线、直线与点、直线与直线之间的相关位置。

教学时数：（15 学时）

3·1 平面的方程　　（2 学时）

平面的方位向量、向量式参数方程、平面的一般方程及讨论、平面的单位正法向量、法式方程。

3·2 平面与点的相关位置　　（2 学时）

点到平面的离差、距离、平面划分空间问题及三元一次不等式的几何意义

3·3 两平面的相关位置　　（2 学时）

二平面平行、重合、相交、二平面所成的二面角、二平面垂直的充要条件。

3·4 空间直线的方程　　（2 学时）

直线的方向向量、直线的向量或参数方程、直线的标准方程、直线的一般方程、直线射影式方程

3·3 直线与平面的相关位置　　（2 学时）

直线平行于平面、直线在平面上、直线与平面相交、直线与平面的夹角。

3·6 空间两直线的相关位置　　（2 学时）

直线的共面与异面、空间两直线异面、相交、平行、重合的充要条件、空间两直线的夹角、异面直线间的距离与公垂线方程。

3·7 空间直线与点的相关位置　　（1 学时）

点到直线的距离

3・8 平面束　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2 学时）

有轴平面束的方程、平行平面束的方程。

要求：本章是空间解析几何的基本内容、学生应当熟练掌握平面和空间直线的各种形式的方程和建立这些方程的方法、熟练掌握各种相关位置的解析表达式和计算公式。

第四章　柱面、锥面、旋转面与二次曲面

教学要点：

柱面方程、锥面方程、旋转面方程的建立方法、齐次方程、绕坐标轴旋转的旋转面方程、椭球面、双曲面、抛物面的方程、单叶双曲面与双曲抛物面的直母线族方程。

教学时数：16 学时

4・1 柱面　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2 学时）

柱面的母线方向、准线、柱面的直角坐标方程和参数方程。

4・2 锥面　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2 学时）

锥面的顶点、准线和母线、锥面的直角坐标方程和参数方程、齐次方程。

4・3 旋转曲面　　　　　　　　　　　　　　　　　　（3 学时）

旋转轴、母线、经线与纬线、一般旋转曲面的直角坐标方程的建立方法、绕坐标轴旋转的旋转面方程。

4・4 椭球面　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2 学时）

椭球面的直角坐标方程与参数方程

4・5 双曲面　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（3 学时）

单叶双曲面与双叶曲面的方程及讨论

4・6 抛物面　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（2 学时）

椭圆抛物面与双曲抛物面的方程及讨论

4・7 单叶双曲面与双曲抛物面的直母线。　　　　　　（2 学时）

单叶双曲面的直母线族方程、双曲抛物面的直母线族方程、单叶双曲面与双曲抛物面的

直母线的性质。

要求：

本章介绍空间中的几类有突出几何特征和应用广泛的曲面。学生应当熟悉这几类曲面的方程和图形。曲面是空间中动点的轨迹，有时也可以由一条曲线按某种规律运动生成，有的曲面可以由一族曲线（包括直线）生成，学生应了解和领会这种方法。

第五章 二次曲面的一般理论

教学要点：

二次曲面的渐近方向与非渐近方向、中心、切线、切平面、奇点、径面、奇向、主径面与主方向、特征方程与特征根、二次曲面方程的化简与分类、直角坐标变换、应用不变量化简二次曲面的方程。

教学时数：16 学时

5 • 1 二次曲面与直线的相关位置（2 学时）

二次曲面与直线相关位置的 6 种情况的讨论

5 • 2 二次曲面的渐近方向与中心（2 学时）

渐近方向与非渐近方向、中心与中心坐标、中心二次曲面、线心二次曲面、面心二次曲面、无心二次曲面。

5 • 3 二次曲面的切线与切平面（2 学时）

切线的定义、充要条件、切平面方程、奇点。

5 • 4 二次曲面的径面与奇向（3 学时）

径面的定义、径面的方程、共轭弦和共轭方向、径面的性质、奇向。

5 • 5 二次曲面的主径面与主方向、特征方程与特征根（3 学时）

主径面、主方向、特征方程、特征根、特征根的性质。

5 • 6 二次曲面方程的化简与分类（2 学时）

空间直角坐标变换及变换公式、由新坐标系的三个坐标平面确定的坐标变换及变换公式、二次曲面方程的化简与分类。

5·7 应用不变量化简二次曲面的方程 （2 学时）

不变量与半不变量、五类二次曲面的判别、应用不变量化简二次曲面的方程。

要求：

本章是空间解析几何的重要内容，学生应当熟悉二次曲面的一系列概念以及确定它们的方法；理解二次曲面一般理论的讨论方法；掌握坐标变换方法和应用不变量化简二次曲面的方法。

三、教学参考书目

[1] 吕林根、许子道编《解析几何》高等教育出版社、第三版、2001 年 6 月

[2] 南开大学主编《空间解析几何》高等教育出版社。