

# 高等数学 I

## 一. 说明

### (一) 课程性质

高等数学课程是高等学校理科类、工科类、管理类学生的一门必修的、重要的专业基础理论课。

### 教学目的

本课程的教学目的是使学生理解数学的基本概念和基本理论，掌握数学的基本方法，培养学生的数学素质，培养学生变量数学的观点和具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力、综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

### (二) 教学内容

本教材的主要教学内容为函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用以及微分方程等方面的基本概念、基本理论和基本运算技能，为学习后继课程和进一步获取数学知识奠定必要的数学基础。

### (三) 教学时数

本课程的教学时数为 72 课时。

### (四) 教学方式

以课堂讲授为主，并组织學生进行适当的讨论。

### (五) 参考教材

同济大学应用数学系《高等数学》，北京：高等教育出版社

## 二. 教学要求及安排

### 第一章 函数与极限

#### 教学要点：

通过本章学习，要求学生理解函数的概念及函数奇偶性、单调性、周期性、有界性。理解复合函数和反函数的概念。熟悉基本初等函数的性质及其图形。会建立简单实际问题中的函数关系式。理解极限的概念，掌握极限四则运算法则及换元法则。理解子数列的概念，掌握数列的极限与其子数列的极限之间的关系。理解极限存在的夹逼准则，会用两个重要极限求极限。理解无穷小、无穷大、以及无穷小的阶的概念。会用等价无穷小求极限。理解函数在一点连续和在一个区间上连续的概念，了解间断点的概念，并会判别间断点的类型。了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质(介值定理，最大最小值定理，一致连续性)。

#### 教学时数：

18 学时

**教学内容:**

第一节 映射与函数 (1 学时)

集合、映射、函数

第二节 数列的极限 (2 学时)

数列极限的定义、收敛数列的性质

第三节 函数的极限 (2 学时)

函数极限的定义、函数极限的性质

第四节 无穷小与无穷大 (2 学时)

无穷小、无穷大

第五节 极限运算法则 (2 学时)

第六节 极限存在准则两个重要极限 (2 学时)

第七节 无穷小的比较 (2 学时)

第八节 函数的连续性与间断点 (1 学时)

函数的连续性、函数的间断点

第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性 (2 学时)

连续函数的和、差、积、商的连续性、反函数与复合函数的连续性、初等函数的连续性

第十节 闭区间上连续函数的性质 (2 学时)

有界性与最大值最小值定理、零点定理与介值定理、一致连续性

## 第二章 导数与微分

**教学要点:**

通过本章学习,要求学生理解导数的定义及几何意义,熟练掌握求导法则,了解高阶导数,掌握隐函数和参数方程的求导方法,了解微分与导数的关系,掌握函数的微分。

**教学时数:**

10 学时

**教学内容:**

第一节 导数概念 (2 学时)

引例、导数的定义、导数的几何意义、函数可导性与连续性的关系

第二节 函数的求导法则 (2 学时)

函数的和、差、积、商的求导法则、反函数的求导法则、复合函数的求导法则、基本求导法则与导数公式

第三节 高阶导数 (2 学时)

第四节 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数相关变化率（2学时）

隐函数的导数、由参数方程所确定的函数的导数、相关变化率

第五节 函数的微分（2学时）

微分的定义、微分的几何意义、基本初等函数的微分公式与微分运算法则、微分在近似计算中的应用

### 第三章 微分中值定理与导数的应用

#### 教学要点：

通过本章学习，要求学生掌握微分中值定理：罗尔定理、拉格朗日中值定理和柯西中值定理，以及三者之间的关系，掌握洛必达法则，掌握泰勒公式，掌握函数的单调性判定法、曲线凹凸性，了解函数的极值，了解函数图形的描绘方法。

#### 教学时数：

12 课时

#### 教学内容：

第一节 微分中值定理（2学时）

罗尔定理、拉格朗日中值定理、柯西中值定理

第二节 洛必达法则（2学时）

第三节 泰勒公式（1学时）

第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性（2学时）

函数单调性的判定法、曲线的凹凸性与拐点

第五节 函数的极值与最大值最小值（2学时）

函数的极值及其求法、最大值最小值问题

第六节 函数图形的描绘（1学时）

第七节 曲率（1学时）

弧微分、曲率及其计算公式、曲率圆与曲率半径、曲率中心的计算公式渐屈线与渐伸线

第八节 方程的近似解（1学时）

二分法、切线法

### 第四章 不定积分

#### 教学要点：

通过本章学习，要求学生理解不定积分的概念与性质，掌握换元积分法、分部积分法，掌握有理函数的积分。

#### 教学时数：

8 课时

### 教学内容:

#### 第一节 不定积分的概念与性质 (2 学时)

原函数与不定积分的概念、基本积分表、不定积分的性质

#### 第二节 换元积分法 (2 学时)

第一类换元法、第二类换元法

#### 第三节 分部积分法 (2 学时)

#### 第四节 有理函数的积分 (2 学时)

有理函数的积分、可化为有理函数的积分举例

#### 第五节 积分表的使用 (1 学时)

## 第五章 定积分

### 教学要点:

通过本章学习, 要求学生掌握定积分的概念和性质, 了解微积分的基本公式, 熟练掌握定积分的换元法和分部积分法, 了解无穷限的反常积分和无界函数的反常积分。

### 教学时数:

10 课时

### 教学内容:

#### 第一节 定积分的概念与性质 (2 学时)

定积分问题举例、定积分定义、定积分的近似计算、定积分的性质

#### 第二节 微积分基本公式 (2 学时)

变速直线运动中位置函数与速度函数之间的联系、积分上限的函数及其导数、牛顿-莱布尼茨公式

#### 第三节 定积分的换元法和分部积分法 (2 学时)

定积分的换元法、定积分的分部积分法

#### 第四节 反常积分 (2 学时)

无穷限的反常积分、无界函数的反常积分

#### 第五节 反常积分的审敛法 $\Gamma$ 函数 (2 学时)

无穷限反常积分的审敛法、无界函数的反常积分的审敛法、函数

## 第六章 定积分的应用

### 教学要点:

通过本章学习, 要求学生掌握定积分的元素法, 了解定积分在几何学和物理学上的应用。

### 教学时数:

4 课时

### 教学内容:

第一节 定积分的元素法 (1 学时)

第二节 定积分在几何学上的应用 (2 学时)

平面图形的面积、体积、平面曲线的弧长

第三节 定积分在物理学上的应用 (1 学时)

变力沿直线所作的功、水压力、引力

## 第七章 微分方程

### 教学要点:

通过本章学习, 要求学生掌握微分方程的基本概念, 熟练掌握微分方程的可分离变量法, 掌握齐次方程的判定与解法, 掌握一阶线性微分方程、可降阶的高阶微分方程、高阶线性微分方程的解法, 了解常系数齐次线性微分方程和常系数非齐次线性微分方程解法。

### 教学时数:

12 课时

### 教学内容:

第一节 微分方程的基本概念 (1 学时)

第二节 可分离变量的微分方程 (1 学时)

第三节 齐次方程 (2 学时)

齐次方程、可化为齐次的方程

第四节 一阶线性微分方程 (2 学时)

线性方程、伯努利方程

第五节 可降阶的高阶微分方程 (2 学时)

$y^{(n)} = f(x)$  型的微分方程、 $y'' = f(x, y')$  型的微分、 $y'' = f(y, y')$  型的微分方程

第六节 高阶线性微分方程 (2 学时)

二阶线性微分方程举例、线性微分方程的解的结构、常数变易法

第七节 常系数齐次线性微分方程 (1 学时)

第八节 常系数非齐次线性微分方程 (1 学时)

$f(x) = e^{\lambda x} P_m(x)$  型、 $f(x) = e^{\lambda x} [P_l(x) \cos wx + P_n(x) \sin wx]$  型

## 三. 参考书目

1. 华东师范大学数学系《数学分析》，北京：高等教育出版社，2009 年.
2. 四川大学数学学院《高等数学》，北京：高等教育出版社，2009 年.
3. 王雪标等《微积分》，北京：高等教育出版社，2006 年.

4. 同济大学应用数学系《高等数学》，北京：高等教育出版社，2002年.